**第二讲：二元一次方程组的解法**

**一、课程目标**

1. 理解消元的思想；

2. 会用代入法解二元一次方程组.

3. 会用加减法解二元一次方程组.

**二、课程内容**

**知识点一 消元思想**

消元思想： 将未知数的个数由多化少，逐一解决的思想，叫做消元思想.

基本思路：未知数由多变少.

基本方法：把二元一次方程组转化为一元一次方程.

**知识点二 代入消元法**

**代入法：**通过“代入”消去一个未知数，将方程组转化为一元一次方程，这种解法叫做代入消元法，简称代入法．

**具体步骤：**

(1)变形:选定一个系数比较简单的方程进行变形,变成y=ax+b(或x=cy+d) 的形式.

(2)代入:将y=ax+b(或x=cy+d)代入另一个方程消去y(或x),得到一个关于x(或y)的一元一次方程.

(3)求解:解这个一元一次方程,求出x(或y)的值.

(4)回代:把x(或y)的值代入y=ax+b(或x=cy+d),求出y(或x)的值.

(5)写解:把求得的x,y的值用“{”联立起来，就是原方程组的解.

**题型一 利用代入法解方程组**

**例2-1-1** 用代入法解方程组 使得代入后化简比较容易的变形是（　　）

A．由（1），得x= B．由（1），得y=

C．由（2），得x= D．由（2），得y=2x﹣5

【思路分析】用代入法解方程组的第一步：尽量用其中一个未知数表示系数较简便的另一个未知数．

【解】A、B、C、D四个答案都是正确的，但“化简比较容易的”只有D．

故选D

【总结提示】在用其中一个未知数表示另一个未知数时，尽量避免出现分数．

**配套练习2-1-1** 用代入法解方程组 时，将方程①代入②中，所得的方程正确的是（　　）

A．3x+4y﹣3=8 B．3x+4x﹣6=8 C．3x﹣2x﹣3=8 D．3x+2x﹣6=8

【思路分析】将方程①代入②，然后进行消元．

【解】 ，

把①代入②得：

3x+2（2x﹣3）=8，

去括号得：

3x+4x﹣6=8．

故选B．

【总结提示】这是用代入法解二元一次方程组的关键一步“代入消元”，通过这一步，使二元一次方程组转化为我们熟悉的一元一次方程来解答，典型地体现了数学转化．

**例2-1-2** 已知：  ，则x与y的关系式是　x+3y﹣14=0　．

【思路分析】由方程组消去t，就可得x与y的关系式．

【解】把（2）变形为：t=4﹣y，

将t=4﹣y代入（1）得：x=2+3（4﹣y）．

即：x+3y﹣14=0．

∴x与y的关系式是x+3y﹣14=0．

【总结提示】这类题目的解题关键是掌握方程组解法中的代入消元法思想．

**配套练习2-1-2** 已知方程2x+3y=2，当x与y互为相反数时，x﹣y=　﹣4　．

【思路分析】x与y互为相反数即x+y=0，2x+3y=2，即2（x+y）+y=2，可得y的值，又x、y互为相反数，x=﹣y，x﹣y=﹣2y．将y的值代入方程即可得x﹣y的值．

【解】依题意得：x+y=0，x=﹣y，

，

得y=2．

∴x﹣y=﹣2y=﹣4．

【总结提示】本题涉及相反数的概念，根据题中的信息列方程组．

**例2-1-3** 求方程组 的解.

【思路分析】把①代入②得出5﹣y﹣2y=﹣3，求出y，把y的值代入①求出x即可．

【解】 ，

∵把①代入②得：5﹣y﹣2y=﹣3，

∴y= ，

把y=代入①得：x=5﹣=，

∴方程组的解为 ，

故选D．

【总结提示】本题考查了解二元一次方程组和解一元一次方程，关键是能把二元一次方程组转化成一元一次方程．

**配套练习2-1-3** 求方程组 的解．

【思路分析】方程①加②即可求出x+y；①﹣②即可求出x﹣y．

【解】 ，

①+②得：5x+5y=30，

x+y=6，

①﹣②得：x﹣y=4，

故答案为：6，4．

【总结提示】本题主要考查对解二元一次方程组，等式的性质等知识点的理解和掌握，能熟练地运用等式的性质进行计算是解此题的关键．

**配套练习2-1-4** 解下列方程组：

【思路分析】①把第二个方程整理得到y=5x﹣1，然后代入第一个方程，利用代入消元法其解即可；

【解】（1） ，

由②得，y=5x﹣1③，

③代入①得，3x=5（5x﹣1），

解得x= ，

把x=代入③得，y=5×﹣1= ，

所以，方程组的解是；

**题型二 利用方程组的解的关系求字母的值**

**例2-2** 方程组的解的值相等，则的值是 .

【思路分析】将代入上式，可得的值，再代入下面的方程可得值.

【解】

将代入②得，再代入①得.

【总结提示】一般地，先将k看作常数，解关于x，y的二元一次方程组再令x=m或y=m，得到关于m的方程，解方程即可．

**配套练习2-2-1** 已知 是二元一次方程组 的解，则m﹣n的值是　　．

【答案】4

解：把代入方程得：  ，

解得：m=1，n=﹣3，

则m﹣n=1﹣（﹣3）=1+3=4．

**配套练习2-2-2** 解关于x，y二元一次方程组 ，用a来表示方程组的解．

【思路分析】从方程②得到x=2y，然后把a看作常数，利用代入消元法求解即可．

【解】（1），

由②得，x=2y③，把③代入①得，4y+ay=16，解得y= ，

把y=代入③得，x= ，

所以方程组的解是；

【总结提示】本题考查了解二元一次方程组，把a看作常数，利用代入消元法求解即可．

**知识点三 加减消元法**

**加减消元法：**两个二元一次方程中同一未知数的系数相反或相等时，将两个方程的两边分别相加或相减，就能消去这个未知数，得到一个一元一次方程，这种方法叫做加减消元法，简称加减法．

具体步骤：

(1)变形:方程组的两个方程中，如果同一个未知数的系数既不互为相反数又不相等，那么就用适当的数乘方程的两边,使同一个未知数的系数互为相反数或相等.

(2)加减:将变形后的两个方程相加或相减，消去一个未知数，得到一个一元一次方程.

(3)求解:解这个一元一次方程,求出一个未知数的值.

(4)回代:把这个求得的未知数的值代入原方程组中的任意一个方程中,求出另一个未知数的值.

(5)写解:把求得的未知数的值用“{”联立起来，即得原方程组的解.

**题型一 通过二元一次方程组求解**

**例3-1** 已知x、y满足方程组 ，则x+y的值是（　　）

A．3 B．5 C．7 D．9

【思路分析】方程组两方程左右两边相加，即可求出x+y的值．

【解】 ，

①+②得：3（x+y）=15，

则x+y=5．

故选B．

【总结提示】此题考查了解二元一次方程组，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

**配套练习3-1-1** 已知二元一次方程组 ，方程（1）减去（2），得（　　）

A．2y=﹣36 B．2y=﹣2 C．12y=﹣2 D．12y=﹣36

【思路分析】根据等式的性质，方程的两边相减即可求出答案．

【解】（1）﹣（2）得：（4x+7y）﹣（4x﹣5y）=﹣19﹣17，

即12y=﹣36，

故选D．

【总结提示】本题考查了等式的性质，解二元一次方程组的运用，能正确地根据等式的性质进行计算是解此题的关键．

**配套练习3-1-2**（教材变式题）用加减法解方程组 解题步骤如下：

（1）①﹣②，得12y=﹣36，y=﹣3

（2）①×5+②×7，得96x=12，x= ，下列说法正确的是（　　）

A．步骤（1），（2）都不对 B．步骤（1），（2）都对

C．此题不适宜用加减法 D．加减法不能用两次

【思路分析】先观察方程组中两方程的特点，可用排除法求出答案．

【解】因为在解方程组时并不限制加减消元法使用的次数，所以D显然错误；

由于两方程中x的系数相等，故适合用加减法，故C错误；

①﹣②，得12y=﹣36，y=﹣3，正确，故A错误；

故选B．

【总结提示】用加法消元的条件：未知数的绝对值相等，符号相反．

用减法消元的条件：未知数的绝对值相等，符号相同．

**题型二 用加减法解二元一次方程组**

**例3-2** 解方程组：（1） ． （2）  ，

【思路分析】：（1）通过观察由于方程1中y的系数是方程2中y系数的倍数，所以用加减消元法比较简单．

【解】（1）解： 

1. +②×4， 得23x=23， 解得x=1．把x=1代入①，得y=2．

所以方程组的解是 ．

【总结提示】解二元一次方程组，关键是将其消元，转化为一元一次方程，然后根据解一元一次方程步骤就可得其解．

【解】（2）把②代入①得：9（2﹣3t）﹣13t+2=0，得18﹣27t﹣13t+2=0，t= ，

把t=代入②得：s=，∴ ．

【总结提示】本题考查了解二元一次方程组和一元一次方程，注意解二元一次方程组的方法有两种：代入法和加减法；解一元一次方程的步骤为：去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为1，把方程化为形如x=a的形式．

**配套练习3-2-1** 解方程组（1） （2）

【思路分析】（1）把第一个方程乘以2，然后利用加减消元法求解即可；

（2）先把方程组化简后，再用适当的方法进行求解．

【解】（1）解：（1） ，①×2得，2x+2y=14③，

②﹣③得，x=4，把x=4代入①得，4+y=7，解得y=3，所以，方程组的解是 ；

**（2）**解：原方程组可化为： ，

（2）×5+（1）得：46y=46，y=1，把y=1代入（1）得：x=7．∴ ．

【总结提示】解答此题应根据各方程组的特点，有括号的去括号，有分母的去分母，然后再用代入法或加减消元法解方程组.

**配套练习3-2-2**解方程组：（1） （2）

【思路分析】本题应对两个方程进行化简，把分数化为整数，然后运用加减消元法进行运算．

【解】（1）解：原方程组化为：  ，即 ，

将（1）×2﹣（2）×3得：﹣x=﹣4，x=4，代入（1），得y=2．

所以方程组的解为 ．

(2)解： ①×6得，3（2x+y）﹣2（2x﹣y）=30③，

②﹣③得，2x+y=﹣32④，

④代入②得，4×（﹣32）﹣2（2x﹣y）=﹣2，

解得2x﹣y=﹣63⑤，④+⑤得，4x=﹣95，解得x= ，

④﹣⑤得，2y=31，解得y= ，

所以，方程组的解是 ．

【总结提示】本题考查的是二元一次方程组的解法，解此类题目时应先把分数化为整数，然后再进行运算，如此可减少计算的错误．

**题型三 利用二元一次方程组的解求代数式的值**

**例3-3** 若3x2a+by2与﹣4x3y3a﹣b是同类项，则a﹣b的值是（　　）

A．0 B．1 C．2 D．3

【思路分析】利用同类项的定义列出方程组，求出方程组的解得到a与b的值，即可确定出a﹣b的值．

【解】∵3x2a+by2与﹣4x3y3a﹣b是同类项，

∴ ，

①+②得：5a=5，即a=1，

把a=1代入①得：b=1，

则a﹣b=1﹣1=0，

故选A

【总结提示】此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法．

**配套练习3-3**  已知 ，则2a﹣b=　6　．

【思路分析】利用加减消元法求出方程组的解得到a与b的值，即可确定出2a﹣b的值．

【解】，

1. +②×2得：7a=20，即a= ，

把a=代入①得：b=﹣ ，

则2a﹣b= + =6．

故答案为：6．

【总结提示】此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法．

**题型四 用适合的方法求解二元一次方程组**

**例4-1 （构造法）**解方程组

【思路分析】注意到两个方程中两个未知数的系数的和相等、差互为相反数，所以可将两个方程分别相加、相减，从而得到一个较简单的二元一次方程组．

【解】①+②，得7x+7y＝7，整理得x+y＝1． ③

②－①，得3x-3y＝-15，整理得x-y＝-5． ④

解由③、④组成的方程组得原方程组的解为

【总结提示】解方程组时，我们应根据方程组中未知数的系数的特点，通过将两个方程相加或相减，把原方程组转化为更简单的方程组来解．

**（整体思想代入法）**先阅读，然后解方程组．

解方程组 时，可由①得x﹣y=1③，然后再将③代入②

得4×1﹣y=5，求得y=﹣1，从而进一步求得 ．这种方法被称为“整体代入法”，

请用这样的方法解下列方程组：  ．

【思路分析】仿照所给的题例先把①变形，再代入②中求出y的值，进一步求出方程组的解即可．

【解】由①得，2x﹣3y=2③，

代入②得，  +2y=9，

解得y=4，

把y=4代入③得，2x﹣3×4=2，

解得，x=7．

故原方程组的解为 ．

【总结提示】本题考查的是在解二元一次方程组时整体思想的应用，利用整体思想可简化计算．

**三、课程总结**

学霸秘籍：

**四、家庭作业**

**作业1：**定制个性化习题15道

**作业2：**李老师发布的自定义习题